Metody teorii gier w sterowaniu statkiem



Józef Lisowski
Gdynia Maritime University

JÓZEF LISOWSKI
Katedra Automatyki Okrętowej
Akademia Morska
e-mail: jlis@am.gdynia.pl

METODY TEORII GIER W STEROWANIU STATKIEM

Streszczenie: W referacie sformułowano problem sterowania procesem jako grą dynamiczną *j* obiektów. Opisano zakres zastosowań gier dynamicznych w technice sterowania. Zaprezentowano algorytmy gry pozycyjnej i gry macierzowej na przykładzie wyznaczania bezpiecznej trajektorii rozgrywającej statku w sytuacji kolizyjnej. Rozważania zilustrowano wynikami komputerowej symulacji w języku Matlab/Simulink bezpiecznych trajektorii statku w rzeczywistej sytuacji nawigacyjnej na morzu. Przedstawiono charakterystyki wrażliwości sterowania rozgrywającego na niedokładność informacji o stanie procesu i na zmiany jego parametrów.

Słowa kluczowe: Gry dynamiczne, programowanie liniowe dualne, sterowanie statkiem, symulacja komputerowa, wrażliwość sterowania.

1. GRY DYNAMICZNE W TECHNICE STEROWANIA

Uwzględniając postać wskaźnika jakości można zagadnienia sterowania optymalnego procesami technicznymi podzielić na trzy grupy, takie dla których:
- koszt przebiegu procesu jest jednoznaczną funkcją sterowania,
- koszt przebiegu procesu zależy od sposobu sterowania i od pewnego zdarzenia przypadkowego o znanym opisie statystycznym,
- koszt przebiegu procesu jest określony wyborem sposobu sterowania i pewnym czynnikiem nieokreślonym, o nie znanym opisie statystycznym.

Ostatnia grupa zagadnień dotyczy rozgrywających układów sterowania, których syntezę prowadzi się metodami teorii gier. Teoria gier jest działem współczesnej matematyki, obejmującym teorię sytuacji konfliktowych, budowę i analizę ich modeli. Konflikt może być: wojskowy, polityczny, społeczny, ekonomiczny, w grze towarzyskiej, w grze z naturą, w realizacji procesu sterowania podczas oddziaływania zakłóceń lub innych obiektów sterowania. Grą w ujęciu teorii sterowania nazywa się proces złożony z kilku obiektów sterowania pozostających ze sobą w sytuacji konfliktowej, bądź proces z nieokreślonymi zakłóceniami lub z niepełną informacją.

Gracze są to strony - obiekty sterowania, uczestniczące w sytuacji konfliktowej. Strategia jest zbiorem reguł działania - sterowania gracza, których nie mogą zmienić działania przeciwnika lub natury. Strategie realizuje: człowiek, automat, regulator, komputer. Strategie mogą być czyste jako elementy zbioru strategii lub mieszane jako rozkład prawdopodobieństwa na zbiorze strategii czystych. Wypłatę stanowi wynik gry w postaci wygranej/przegranej lub w postaci prawdopodobieństwa realizacji pewnego działania – sterowania [1].

Pierwszą koncepcję teorii gier oraz twierdzenie o minimaksie sformułował E. Borel (1921, 1927). Pierwszą polską pracą z teorii gier jest praca H. Steinhausa (1925). Głównymi twórcami teorii gier są: John von Neumann (1928) oraz O. Morgenstern (1944).

Największą klasę gier, mogących znaleźć zastosowanie przy rozgrywającym sterowaniu procesami technicznymi, a wśród nich sterowaniu ruchem statku, reprezentują gry dynamiczne różniczkowe.
Zastosowaniem teorii gier dynamicznych w teorii sterowania, w tym i do sterowania ruchem statku zajmowali się: W.H. Fleming (1957-1964), L.S. Pontriagin (1964-1966), R. Isaacs (1965), N.N. Krasovski (1965-1974), W.P. Paciukov (1968-1976), A.W. Merz, J.S. Karmarkar (1976), J. Kazimierczak (1973), T. Miloh, S.D. Sharma (1977), V. Kudriaszov, J. Lisowski (1979-1980), Z. Zwierzewicz (1994), P.N. Tiep, J. Lisowski (1993-1997), J. Lisowski (1979-2013).

1.1. Zasada sterowania

Proces sterowania opisany jest przez układ równań stanu:

$$\dot{x}_i = f_i(x_1,...,x_i,...x_n;u_1,...,u_j,...,u_m,t) \quad i=1,2,...,n \quad j=1,2,...,m \tag{1}$$

gdzie:
$\vec{x}(t)=[x_1(t),...,x_n(t)]-n$ wymiarowy wektor stanu określony w przedziale czasu $t \in [t_o,t_1]$,
$\vec{u}_j(t)=[u_j^1(t),...,u_j^{\nu_j}(t)]-\nu_j$ wymiarowy wektor sterowania *j*-tego gracza (obiektu sterowania) należący do zbioru dopuszczalnych strategii $U_j(x,t)$.
Funkcje wektorowe:

$$\vec{x}(t), \vec{u}_j(t), \vec{f}_i(x_i,u_j,t) \tag{2}$$

charakteryzują się własnościami ogólnie przyjętymi w teorii sterowania optymalnego.
Synteza rozgrywającego układu sterowania prowadzi do wyznaczenia optymalnych strategii graczy określających najbardziej korzystne w danych warunkach przeprowadzenie procesu. W zależności od klasy gry można wyróżnić różne sformułowanie optymalnego rozwiązania gry. Tak więc dla klasy często rozpatrywanych w technice sterowania gier niekoalicyjnych najbardziej korzystnym postępowaniem *j*-tego gracza jest maksymalizacja, bądź minimalizacja, swojej funkcji celu danej w postaci następującego funkcjonału:

$$I_j[u_1(t),...u_j(t),...,u_m(t)] = \int_{t_o}^{t_1} f_{oj}(\vec{x},u_1,...,u_j,...,u_m,t)dt + K[x(t_o),x(t_1)] \tag{3}$$

gdzie: f_{oj} – wypłata całkowa, K – wypłata końcowa.
Rozwiązanie gry stanowią strategie graczy $u_j(t) \in U_j$, dla których spełniona jest nierówność:

$$I_j^*[u_1^*(t),...,u_j^*(t),...,u_m^*(t)] \geq I_j[u_1^*(t),...,u_j(t),...,u_m^*(t)] \tag{4}$$

Tak więc strategie $u_j^*(t)$ prowadzą do sytuacji równowagi gry określonej przez tzw. punkty Nasha.
Sterowanie optymalne *j*-tego gracza $u_j^*(t)$ wyznacza się z następującej zależności:

$$I_j^*[u_1^*(t),...,u_{j-1}^*(t),u_j^*(t),u_{j+1}^*(t),...,u_m^*(t)] = \max_{u_j(t)\in U_j} I_j[u_1^*(t),...,u_{j-1}^*(t),u_j(t),u_{j+1}^*(t),...,u_m^*(t)] \quad (5)$$

Przy dowolnie przyjętych strategiach $u_k(t)\in U_k \quad k\neq m, \ (m-1)$ graczy i warunkach początkowych $x_1(t_o)=x_{o1}$, współrzędne stanu procesu i wartość funkcjonału zależą tylko od strategii $u_j(t)$ j-tego gracza. Uwzględniając powyższe, zadanie syntezy rozgrywającego układu sterowania rozwiązuje się w dwóch etapach, odpowiadającym dostatecznym i koniecznym warunkom istnienia rozwiązania gry m uczestników.
Stosując rozszerzoną przez Isaacsa oraz Krotova postać równania funkcyjnego programowania dynamicznego dla procesów mających charakter gry różniczkowej, otrzymuje się warunki dostateczne maksimum funkcjonału I_j w postaci :

$$\begin{aligned} &\min_{u_j(t)\in U_j}[V_x^{(j)}(x,t)\, f(\vec{x},u_1,...,u_j,...,u_m,t) - f_{oj}(\vec{x},u_1,...,u_j,...,u_m,t)] + V_t^{(j)}(x,t)=0 \\ &K[x(t_1)] + V^{(j)}(x,t_1)=0 \qquad j=1,2,...,m \end{aligned} \quad (6)$$

Jeżeli istnieje funkcja $V^{(j)}(x,t)$ spełniająca powyższe związki, to dopuszczalna strategia j-tego gracza $u_j^*(u_1,...,u_{j-1},u_{j+1},...,u_m,t)$ jest optymalną przy dowolnie przyjętych strategiach $u_k(t)\in U_k \ (k\neq j)$ $(m\text{-}1)$ graczy, w szczególności przy strategiach optymalnych $u_k^*(t)\in U_k$, dla których zachodzi równanie:

$$u_j^* = g_j(\vec{x},V_x^{(j)},u_1^*,...,u_{j-1}^*,...,u_m^*,t) \quad (7)$$

Rozwiązanie powyższego układu m równań względem optymalnych strategii u_j^* ma postać:

$$u_j^* = h_j(\vec{x},V_x^{(1)},...,V_x^{(m)},t) \quad (8)$$

Warunki konieczne maksimum funkcjonału I_j przy dowolnie przyjętych strategiach $u_k(t)\in U_k$ przyjmują postać analogiczną do zasady maksimum Pontriagina:

$$\begin{aligned} &H^{(j)}[\vec{x}(t),u_1(t),...,u_j^*(u_1,...,u_{j-1},u_{j\cdot} \\ &H_x^{(j)} = \dot{\lambda}^{(j)} \\ &u_j \in U_j \end{aligned} \quad (9)$$

gdzie :

$$\begin{aligned} &\lambda^{(j)}(t)=V_x^{(j)}[\vec{x}(t),t] \\ &H^{(j)} = \lambda^{(j)}(t)\, f(\vec{x},u_1,u_j,...,u_m,t) - f_{oj}(\vec{x},u_1,...,u_m,t) \end{aligned} \quad (10)$$

Rozwiązanie tak sformułowanych zależności ma postać:

$$u_j^* = g_j^{'}(\vec{x}, \lambda^{(j)}, u_1^*, \ldots, u_{j-1}^*, u_{j+1}^*, \ldots, u_m^*, t) \tag{11}$$

bądź bezpośrednio

$$u_j^* = h_j^{'}(\vec{x}, \lambda^{(1)}, \ldots, \lambda^{(m)}, t) \tag{12}$$

Szczególnym przypadkiem gry różniczkowej *j* uczestników jest gra konfliktowa dwóch uczestników P (*pursuit*) i E (*escape*), dla której istnieją trzy warunki optymalności: *min max*, *max min* i punkt siodłowy.

1.2. Rodzaje sterowania

Ogólnie rozróżnia się dwa rodzaje sterowania rozgrywającego: programowe $u_j(t)$ i pozycyjne $u_j[x(t),t]$. Podstawowymi układami sterowania rozgrywającego są układy rozgrywające pozycyjnego sterowania procesami, tj. układy ze sprzężeniem zwrotnym, reprezentujące pozycyjne gry różniczkowe. Pozycją $p(t)$ procesu sterowania nazywa się wektor:

$$\vec{p}(t) = \vec{p}[\vec{x}(t), t] \tag{13}$$

Odpowiednio z wybranymi sposobami sterowania: $U_1, \ldots U_j, \ldots U_m$ urządzenia sterujące poszczególnych obiektów, uwzględniając rzeczywistą pozycję $p(t)$, formują według zasady sprzężenia zwrotnego działania sterujące: $u_1^*(t), \ldots u_j^*(t), \ldots, u_m^*(t)$, które bezpośrednio sterują procesem w chwili *t*. Zbiory dopuszczalnych strategii:

$$U_1[p(t)], \ldots, U_j[p(t)], \ldots, U_m[p(t)] \tag{14}$$

są funkcją pozycji procesu $p(t)$, a więc są mniej lub bardziej zależne od siebie, tzn. wybór tego lub innego sterowania $u_j(t)$ zmienia zbiory dopuszczalnych strategii innych obiektów. Tak więc w zależności od celów poszczególnych graczy, określonych przez pewne zbiory M_j w przestrzeni stanu $(x_1, \ldots x_i, \ldots x_n)$, wynika charakter konfliktowy danego procesu jako gry różniczkowej.

1.3. Zakres zastosowań

Ogólnie można rozróżnić trzy klasy problemów sterowania, w których istnieją możliwości wykorzystania gier dynamicznych, zarówno do opisu i syntezy sterowania optymalnego:

- sterowanie obiektem przy braku jakichkolwiek informacji o oddziaływujących na niego zakłóceniach, dane są wówczas równania stanu obiektu oraz zbiór dopuszczalnych sterowań *U*, należy wyznaczyć sterowanie $u^*(t)$ zapewniające minimum funkcjonału przy warunku, że zakłócenie $z^*(t)$ dąży do maksimum tego samego funkcjonału, tj. trzeba rozwiązać grę różniczkową przy *min max* warunku optymalności.
- sterowanie obiektem przy spotkaniu z większą ilością obiektów ruchomych o różnych wskaźnikach jakości i celach końcowych. Przykładem może być proces sterowania statkiem w sytuacjach kolizyjnych przy spotkaniu z większą ilością obiektów ruchomych i nieruchomych (statki, przeszkody podwodne, linia brzegowa itp.), jako gra różniczkowa *m* uczestników.

- synteza wielopoziomowych systemów hierarchicznych. Jednym z zasadniczych języków hierarchicznych systemów sterowania różnego rodzaju i metod wyznaczania optymalnych sterowań jest teoria gier ze zgodnymi interesami i prawem pierwszego ruchu.

2. ROZGRYWAJĄCE STEROWANIE RUCHEM STATKU

2.1. Rodzaje sterowania statkiem

W celu zapewnienia bezpieczeństwa żeglugi statki zobowiązane są respektować reguły prawne w postaci zasad *International Regulations for Preventing Collision at Sea* (*COLREG*). Jednak te prawidła stosują się tylko do dwóch statków w zakresie dobrej widzialności, w warunkach ograniczonej widzialności zaś podają tylko zalecenia ogólnego charakteru i nie są w stanie uwzględnić wszystkich niezbędnych warunków rzeczywistego procesu.
Tak więc rzeczywisty proces mijania się statków zachodzi w warunkach nieokreśloności i konfliktu przy nieścisłym współdziałaniu statków w myśl zasad *COLREG*. Dlatego celowe jest przedstawienie procesu oraz opracowywanie i badanie do celów eksploatacji metod bezpiecznego sterowania statkiem z zastosowaniem reguł teorii gier. Konieczność jednoczesnego uwzględnienia strategii spotkanych obiektów oraz własności dynamicznych statków jako obiektów sterowania przesądza o zastosowaniu do opisu procesu modelu gry dynamicznej, często nazywaną różniczkową [3,4,5,6,7,16,17].
Zakładając, że ruch dynamiczny statków w czasie odbywa się pod wpływem wielkości sterujących z odpowiednich dopuszczalnych zbiorów sterowania:

$$(U_o^{(\mu_o)}, U_j^{(\mu_j)}) \tag{15}$$

gdzie: $U_o^{(\mu_o)}$ - zbiór strategii własnego statku,

$U_j^{(\mu_j)}$ - zbiór strategii *j*-tego spotkanego statku,

$\mu(\mu_o, \mu_j) = 0$ - oznacza stabilizację kursu lub trajektorii,

$\mu(\mu_o, \mu_j) = 1$ - oznacza realizację manewru antykolizyjnego w celu minimalizacji ryzyka kolizji, co w praktyce osiąga się spełnieniem następującej nierówności:

$$D_{min}^j = min\, D_j(t) \geq D_b \tag{16}$$

D_{min}^j - najmniejsza odległość zbliżenia własnego statku i *j*-tego spotkanego obiektu,

D_j - aktualna odległość do j-tego obiektu (z radarowego systemu antykolizyjnego ARPA),

D_b - bezpieczna odległość zbliżenia w danych warunkach zależna od stopnia widzialności na morzu, prawideł COLREG oraz własności dynamicznych statku,

$\mu(\mu_o, \mu_j) = -1$ - odpowiada manewrowaniu statkiem w celu osiągnięcia najmniejszej odległości zbliżenia – na przykład podczas przekazywania ładunku ze statku na statek, niszczenia okrętu nieprzyjaciela.

Można wyróżnić, w przyjętej symbolice zapisu, następujące rodzaje sterowania ruchem statków dla osiągnięcia określonego celu:

I. podstawowy rodzaj sterowania – stabilizacja kursu lub trajektorii: $U_o^o\, U_j^o$,

II. unikanie kolizji za pomocą:

  a) manewrów własnego statku: $U_o^1 U_j^o$, na przykład poprzez zmianę kursu o wartości $\Delta\psi$ i/lub prędkości ΔV,

  b) manewrów spotkanego *j*-tego statku: $U_o^o U_j^1$,

  c) manewrów kooperujących: $U_o^1 U_j^1$,

III. spotkanie statków: $U_o^{-1} U_j^{-1}$,

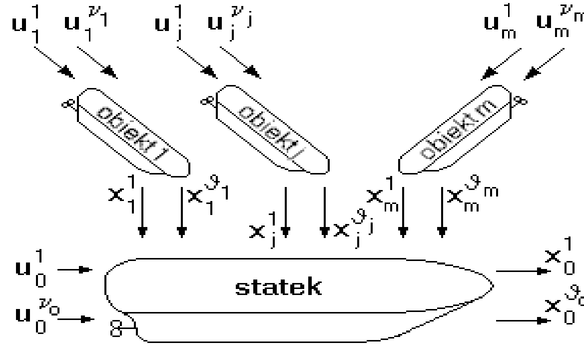
IV. sytuacje jednostronnej gry dynamicznej: $U_o^{-1} U_j^o \quad i \quad U_o^o U_j^{-1}$.

Na przykład niebezpieczne sytuacje wynikłe z błędnej oceny procesu zbliżenia przez jedną ze stron przy braku obserwacji drugiej - jeden statek wyposażony w radar lub system antykolizyjny, drugi z uszkodzonym radarem lub bez tego wyposażenia,

V. sytuacje pościgu, odpowiadające typowej konfliktowej grze dynamicznej: $U_o^{-1} U_j^1$ *i* $U_o^1 U_j^{-1}$.

Przy czym przypadki IV i V reprezentują gry konfliktowe, przypadki II i III są grami jednostronnymi, zaś przypadek I przedstawia zwykłe sterowanie optymalne.

2.2. Podstawowy model gry dynamicznej



Rys. 1. Schemat blokowy modelu gry dynamicznej statku.

Najbardziej adekwatnym modelem procesu mijania się statku z *j* spotkanymi obiektami jest model gry dynamicznej *j* uczestników opisany przez równanie stanu:

$$\dot{x}_i = f_i[(x_0^{\vartheta_0}, x_1^{\vartheta_1}, ..., x_j^{\vartheta_j}, ..., x_m^{\vartheta_m}), (u_0^{\nu_0}, u_1^{\nu_1}, ..., u_j^{\nu_j}, ..., u_m^{\nu_m}), t] \tag{17}$$

$$i = 1,2,...(j \cdot \vartheta_j + \vartheta_0),\ j = 1,\ 2,\ ...,\ m$$

gdzie: $\vec{x}_0^{\vartheta_0}(t) - \vartheta_0$ wymiarowy wektor stanu statku,

$\vec{x}_j^{\vartheta_j}(t) - \vartheta_j$ wymiarowy wektor stanu *j*-tego obiektu,

$\vec{u}_o^{\nu_0}(t) - \nu_0$ wymiarowy wektor sterowania statku,

$\vec{u}_j^{\nu_j}(t) - \nu_j$ wymiarowy wektor sterowania *j*-tego obiektu.

Ograniczenia stanu i sterowania wynikają z zachowania bezpiecznej odległości mijania D_b z zachowaniem prawnych reguł manewrowania *COLREG*:

$$g_j(x_j^{\vartheta_j}, u_j^{\nu_j}) \le 0 \tag{18}$$

Synteza sterowania rozgrywającego statkiem polega na minimalizacji funkcji celu danej w postaci całkowej i końcowej:

$$I_0^j = \int_{t_0}^{t_k} \left[x_0^{\vartheta_0}(t)\right]^2 dt + r_j(t_k) + d(t_k) \;\rightarrow min \tag{19}$$

Wypłata całkowa przedstawia straty drogi statku na wymijanie spotkanych obiektów, zaś wypłata końcowa określa końcowe ryzyko kolizji do *j*-tego obiektu i końcowe odchylenie statku od zadanej trajektorii statku [9,11].

2.3. Algorytm gry pozycyjnej

Model gry dynamicznej sprowadza się do wieloetapowej gry pozycyjnej *j* uczestników niekooperujących ze sobą. Istotą gry pozycyjnej jest uzależnienie strategii własnego statku od aktualnych pozycji $p(t_k)$ spotkanych obiektów w aktualnym kroku *k*. W ten sposób uwzględnia się w modelu procesu ewentualne zmiany kursu i prędkości spotkanych obiektów w trakcie realizacji sterowania. Bieżący stan procesu jest określony przez współrzędne pozycji własnego statku i spotkanych obiektów. Układ generuje swoje sterowanie w chwili t_k na postawie danych, które otrzymuje z systemu antykolizyjnego ARPA o bieżącej pozycji statków. Zakłada się, zgodnie z ogólną koncepcją pozycyjnej gry wieloetapowej, że w każdej dyskretnej chwili czasu t_k na własnym statku znana jest pozycja obiektów.

Ograniczenia współrzędnych stanu są ograniczeniami nawigacyjnymi, natomiast ograniczenia sterowania uwzględniają: kinematykę ruchu statków, zalecenia prawa drogi morskiej *COLREG* i warunek zachowania bezpiecznej odległości mijania według zależności (16).

Zbiory domknięte (U_0^j, U_j^0), zdefiniowane jako zbiory dopuszczalnych strategii uczestników gry względem siebie, są zależne co oznacza, że wybór sterowania u_j przez *j* obiekt zmienia zbiory dopuszczalnych strategii innych obiektów. Parametry tych zbiorów zależą od pewnej funkcji logicznej Z_j, którą wyznacza się na drodze semantycznej interpretacji reguł *COLREG*, a następnie minimalizuje metodą tablic Karnaugha.

Optymalne sterowanie własnym statkiem $u_0^*(t)$, równoważne dla aktualnej pozycji *p(t)* optymalnemu sterowaniu pozycyjnemu $u_0^*(p)$, wyznacza się w następujący sposób:

- wyznacza się zbiory dopuszczalnych strategii $U_j^0[p(t_k)]$ spotkanych obiektów względem własnego statku oraz wyjściowe zbiory $U_0^{jw}[p(t_k)]$ dopuszczalnych strategii własnego statku względem każdego ze spotkanych obiektów,

- względem każdego j obiektu wyznacza się parę wektorów u_j^m i u_0^j, a następnie optymalną strategię pozycyjną własnego statku $u_0^*(p)$ z warunku:

$$I^* = \min_{u_0 \in U_0 = \bigcap_{j=1}^{m} U_0^j} \left\{ \max_{u_j^m \in U_j} \min_{u_0^j \in U_0^j(u_j)} S_0\left[x_0(t_k), L_k\right] \right\} = S_0^*(x_0, L_0) \quad U_0^j \subset U_0^{jw} \qquad j = 1,2,...,m \tag{20}$$

Wielkość S_0 oznacza ciągłą funkcję celu sterowania własnego statku, charakteryzującą odległość statku w chwili t_k do najbliższego punktu zwrotu L_k na zadanej trasie rejsu. Kryterium wyboru optymalnej trajektorii własnego statku sprowadza się do wyznaczenia jego kursu i prędkości zapewniających najmniejsze straty drogi na bezpieczne mijanie spotkanych obiektów, w odległości nie mniejszej niż założona wartość D_b, z uwzględnieniem dynamiki statku w postaci czasu wyprzedzenia manewru. Optymalne sterowanie własnym statkiem oblicza się stosując wielokrotnie na każdym dyskretnym etapie ruchu statku metodę Simpleks do rozwiązywania zadania programowania liniowego [10].
Wykorzystując funkcję *lp – linear programming* z Optimization Toolbox oprogramowania Matlab 7.1 opracowano algorytm GRAPOZ wyznaczania bezpiecznej trajektorii rozgrywającej statku w sytuacji kolizyjnej [15].

2.4. Algorytm gry macierzowej

Pomijając równania dynamiki statku ogólny model gry dynamicznej procesu zapobiegania kolizjom sprowadza się do gry macierzowej j uczestników niekooperujących ze sobą.
Macierz gry $\boldsymbol{R}=[r_j(v_0,v_j)]$ zawiera wartości ryzyka kolizji r_j wyznaczone w oparciu o dane z systemu antykolizyjnego ARPA dla dopuszczalnych strategii v_0 statku i dopuszczalnych strategii v_j poszczególnych j spotkanych obiektów.
Wartość ryzyka kolizji r_j definiuje się jako odniesienie aktualnej sytuacji zbliżenia, opisanej przez parametry D_{min}^j i T_{min}^j, do założonej oceny sytuacji jako bezpiecznej, określonej przez bezpieczną odległość zbliżenia D_b i czas bezpieczny T_b – niezbędne do wykonania manewru uniknięcia zderzenia, z uwzględnieniem aktualnej odległości D_j statku do j spotkanego obiektu:

$$r_j = \frac{1}{\sqrt{k_1\left(\frac{D_{min}^j}{D_b}\right)^2 + k_2\left(\frac{T_{min}^j}{T_b}\right)^2 + \left(\frac{D_j}{D_b}\right)^2}} \tag{21}$$

Ograniczenia na wybór strategii wynikają z zaleceń prawa drogi morskiej COLREG. Ponieważ najczęściej gra nie ma punktu siodłowego, więc nie ma zagwarantowanego stanu równowagi – brak jest w grze strategii czystych dla obu graczy. W celu rozwiązania tego problemu można posłużyć się dualnym programowaniem liniowym. W zagadnieniu dualnym gracz A dąży do minimalizacji ryzyka kolizji, natomiast gracz B dąży do maksymalizacji ryzyka kolizji. Składowe strategii mieszanej wyrażają rozkład prawdopodobieństwa użycia przez graczy ich strategii czystych.

W rezultacie dla kryterium sterowania w postaci:

$$\left(I_0^j\right)^* = \min_{\nu_0} \max_{\nu_j} r_j \qquad (22)$$

otrzymuje się macierz prawdopodobieństwa $\boldsymbol{P}=[p_j(\nu_0,\nu_j)]$ użycia poszczególnych strategii czystych. Rozwiązaniem zadania sterowania jest strategia o największym prawdopodobieństwie, która będzie zarazem optymalną wartością zbliżoną do strategii czystej [8]:

$$\left(u_0^{\nu_0}\right)^* = u_o^{\nu_0}\left\{\left[p_j\left(\nu_j,\nu_o\right)\right]_{max}\right\} \qquad (23)$$

Wykorzystując funkcję *lp – linear programming* z Optimization Toolbox oprogramowania Matlab 7.1 opracowano algorytm GRAMAC wyznaczania bezpiecznej trajektorii rozgrywającej statku w sytuacji kolizyjnej [2].

3. BADANIA SYMULACYJNE

Wyniki badań symulacyjnych algorytmów GRAPOZ i GRAMAC przeprowadzonych w oprogramowaniu Matlab/Simulink na przykładzie rzeczywistej sytuacji nawigacyjnej mijania się własnego statku z 42 spotkanymi obiektami, zarejestrowanej na ekranie radaru statku w Kanale La Manche przedstawiono na rysunkach 2 i 3.
Rys. 2 obrazuje bezpieczne trajektorie rozgrywające statków według algorytmu GRAPOZ dla kryteriów: a) min max min, b) min min min, c) min, zaś rys. 4 według algorytmu GRAMAC dla strategii: a) ν_0=13, ν_j=25; b) ν_0=13, ν_j=3; c) ν_0=3, ν_j=3.

4. WRAŻLIWOŚĆ STEROWANIA ROZGRYWAJĄCEGO

Uwzględniając praktyczne zastosowanie algorytmu rozgrywającego sterowania własnym statkiem w sytuacji kolizyjnej celowe jest przeprowadzenie analizy wrażliwości sterowania bezpiecznego z jednej strony na stopień dokładności informacji z systemu antykolizyjnego o aktualnej sytuacji zbliżenia, z drugiej zaś na zmiany parametrów kinematycznych i dynamicznych procesu sterowania [12,13,14].

4.1. Wrażliwość sterowania na niedokładność informacji o stanie procesu

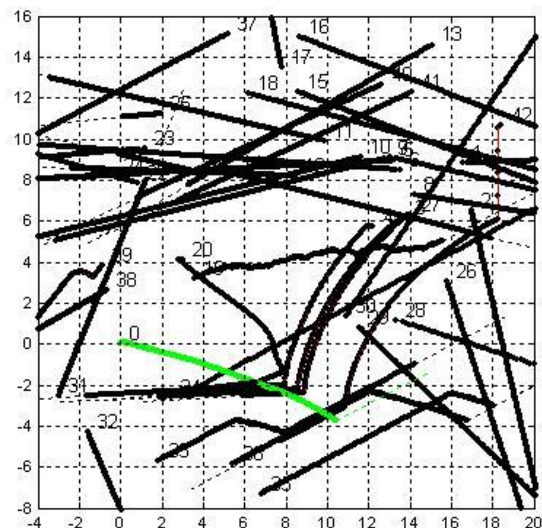
Niech p_1 określa zbiór informacji z systemu ARPA o sytuacji nawigacyjnej:

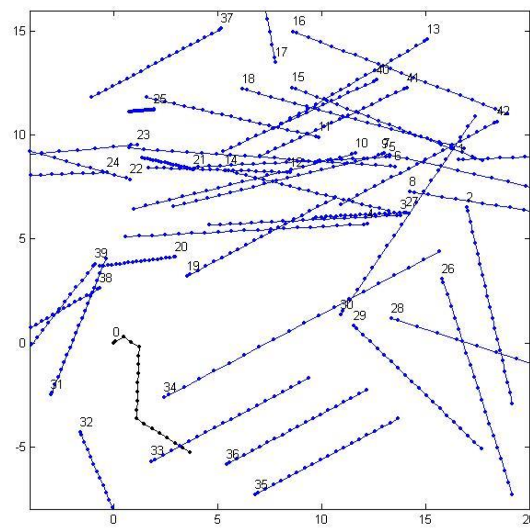
$$p_1 = \{V, \psi, V_j, \psi_j, D_j, N_j\} \qquad (24)$$

zaś $p_1^{'}$ określa zbiór informacji obarczony błędami pomiarów i przetwarzania:

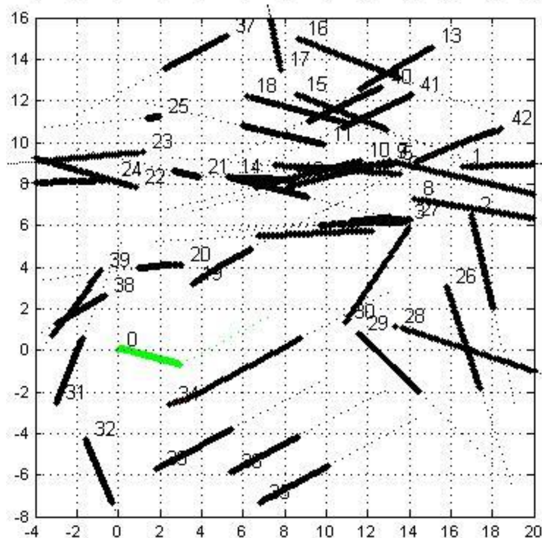
$$p_1^{'} = \{V \pm \delta V, \psi \pm \delta\psi, V_j \pm \delta V_j, \psi_j \pm \delta\psi_j, D_j \pm \delta D_j, N_j \pm \delta N_j\} \qquad (25)$$

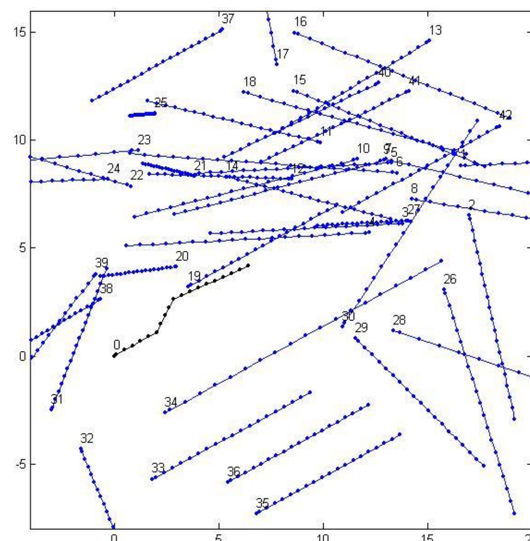
a



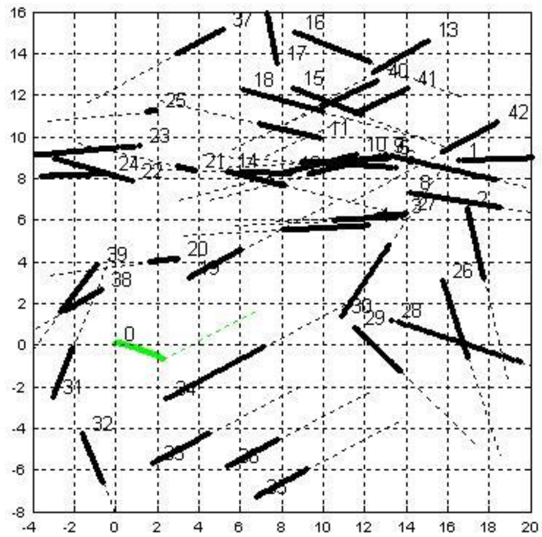


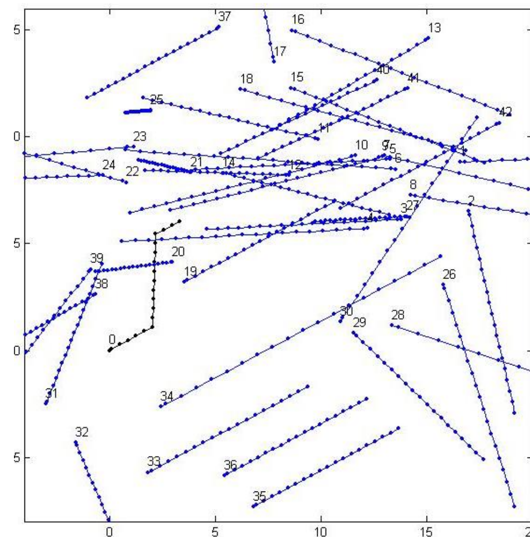
b





c





Rys. 2. Symulacja komputerowa algorytmu GRAPOZ. Rys. 3. Symulacja komputerowa algorytmu GRAMAC.

Względna miara wrażliwości wypłaty końcowej gry jako odchylenia końcowego bezpiecznej trajektorii statku d_k od zadanej trajektorii wyniesie:

$$s_1 = (p_1^{'}, p_1) = \frac{d_k^{'}(p_1^{'}, p_1)}{d_k(p_1)} \qquad (26)$$
$$s_1 = \{ s_1^{V}, s_1^{\psi}, s_1^{V_j}, s_1^{\psi_j}, s_1^{D_j}, s_1^{N_j} \}$$

4.2. Wrażliwość sterowania na zmiany parametrów procesu

Niech p_2 określa zbiór parametrów kinematycznych i dynamicznych procesu:

$$p_2 = \{ t_w, D_b, T_b, \Delta t_k, \Delta V \} \qquad (27)$$

zaś $p_2^{'}$ określa zbiór zmienionych parametrów procesu:

$$p_2^{'} = \{ t_w \pm t_w, D_b \pm \delta D_b, T_b \pm \Delta T_b, \Delta t_k \pm \delta \Delta t_k, \Delta V \pm \delta \Delta V \} \qquad (28)$$

Względna miara wrażliwości wypłaty końcowej gry jako odchylenia końcowego bezpiecznej trajektorii statku d_k od zadanej trajektorii:

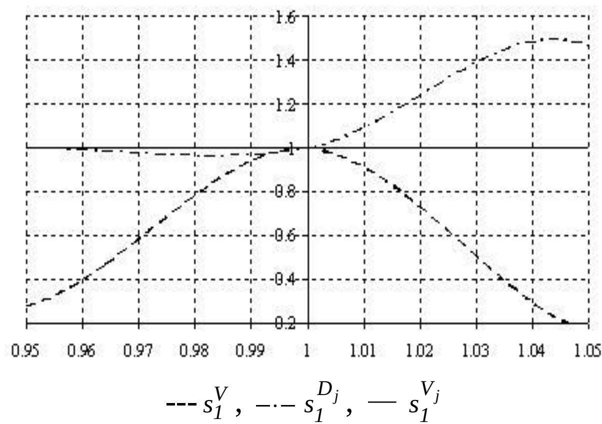
$$s_2 = (p_2^{'}, p_2) = \frac{d_k^{'}(p_2^{'}, p_2)}{d_k(p_2)} \qquad (29)$$
$$s_2 = \{ s_2^{t_w}, s_2^{D_b}, s_2^{T_b}, s_2^{\Delta t_k}, s_2^{\Delta V} \}$$

gdzie:

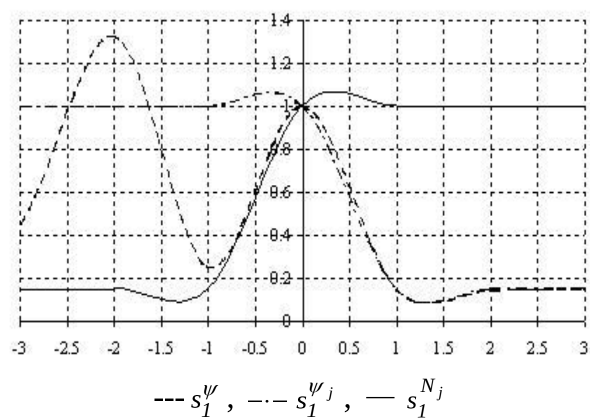
t_w - czas wyprzedzenia manewru uwzględniający własności dynamiczne własnego statku,
Δt_k - czas trwania jednego etapu trajektorii statku,
D_b, T_b - odległość i czas bezpieczny,
ΔV - zmniejszenie prędkości własnego statku dla odchylenia od kursu większego niż 30^o.
Na rysunkach 4 i 5 przedstawiono charakterystyki wrażliwości, które otrzymano na drodze komputerowej symulacji algorytmów sterowania rozgrywającego w oprogramowaniu Matlab/Simulink, dla zmian wielkości p_1 i p_2 w zakresie ±5% lub $\pm 3^o$.

5. WNIOSKI

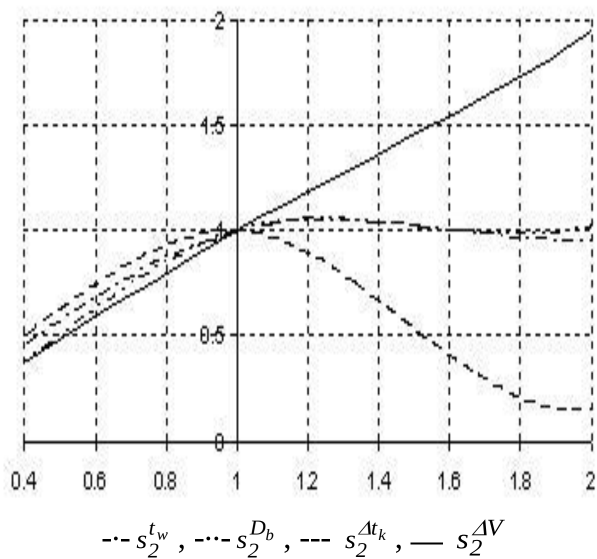
Zastosowanie uproszczonych modeli gry dynamicznej procesu do syntezy optymalnego sterowania umożliwia wyznaczenie bezpiecznej trajektorii rozgrywającej statku w sytuacjach mijania się z większą ilością spotkanych obiektów jako pewnej sekwencji manewrów kursem i prędkością.



--- s_1^{V} , –·– $s_1^{D_j}$, — $s_1^{V_j}$

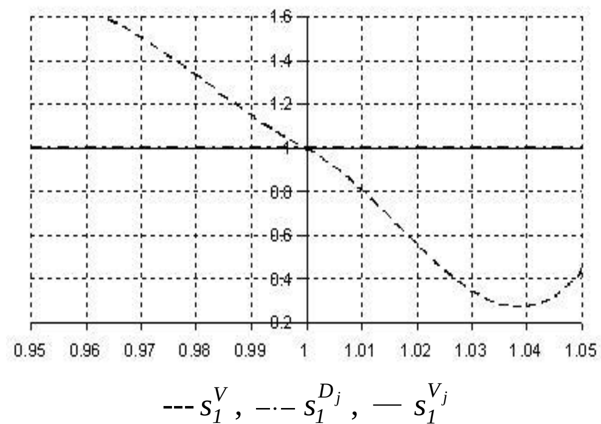


--- s_1^{ψ} , –·– $s_1^{\psi_j}$, — $s_1^{N_j}$

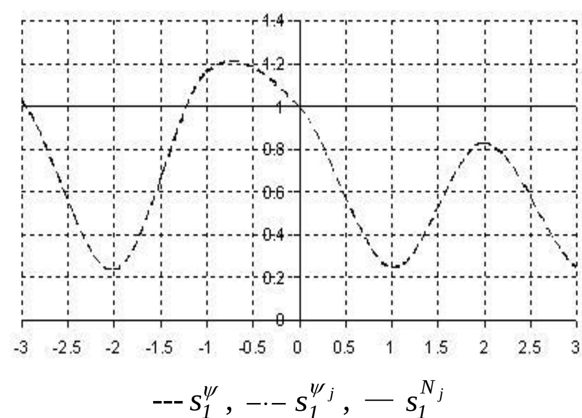


-·- $s_2^{t_w}$, -··- $s_2^{D_b}$, --- $s_2^{\Delta t_k}$, — $s_2^{\Delta V}$

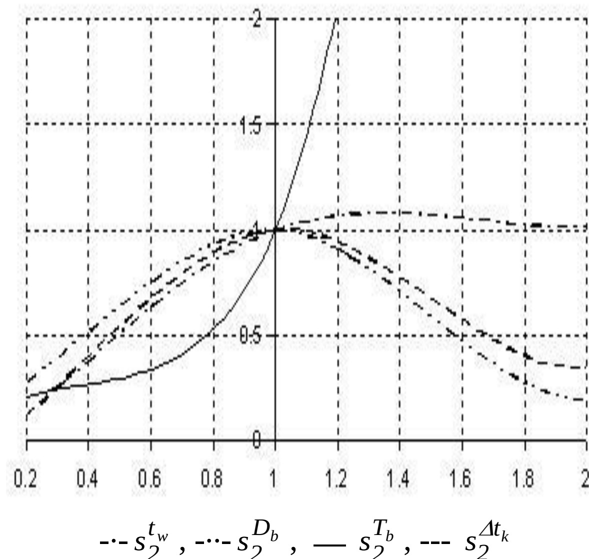
Rys. 4. Charakterystyki wrażliwości algorytmu GRAPOZ (*min max min* S_0)



--- s_1^{V} , –·– $s_1^{D_j}$, — $s_1^{V_j}$



--- s_1^{ψ} , –·– $s_1^{\psi_j}$, — $s_1^{N_j}$



-·- $s_2^{t_w}$, -··- $s_2^{D_b}$, — $s_2^{T_b}$, --- $s_2^{\Delta t_k}$

Rys. 5. Charakterystyki wrażliwości algorytmu GRAMAC (*min max* r_j)

Opracowane programy komputerowe uwzględniają reguły prawa drogi morskiej COLREG i czas wyprzedzenia manewru aproksymujący własności dynamiczne statku oraz oceniają odchylenie końcowe trajektorii rzeczywistej od zadanej. Wrażliwość wypłaty końcowej mierzona względnym odchyleniem końcowym trajektorii rozgrywającej od zadanej:

- najmniej zależy od okresu dyskretyzacji trajektorii i czasu wyprzedzenia manewru,
- najbardziej zależy od zmian prędkości i kursu własnego statku oraz spotkanego obiektu,
- rośnie ze stopniem rozgrywającego charakteru procesu sterowania oraz ilością dopuszczalnych strategii własnego statku i spotkanego obiektu.

Rozpatrywane algorytmy sterowania są w pewnym sensie formalnymi modelami procesów decyzyjnych oficera nawigatora prowadzącego statek i mogą być zastosowane do konstruowania, zarówno odpowiednich symulatorów szkoleniowych w uczelniach morskich, jak i różnych opcji pokładowego systemu antykolizyjnego ARPA.

LITERATURA

[1] Isaacs R.: *Differential games*, John Wiley & Sons, New York, 1965.

[2] Chiluta G., Mucha A., Opracowanie i badania symulacyjne algorytmu wielokrokowej gry macierzowej bezpiecznego sterowania statkiem z uwzględnieniem przepisów COLREG, *Praca magisterska*, Wyższa Szkoła Morska, Gdynia, 2001.

[3] Lisowski J.: Computational intelligence methods in the safe ship control process, *Polish Maritime Research*, Vol. 2, (2001), No. 8, p. 8-24

[11] Lisowski J.: Optimal and safe ship control as a matrix game, *Systems Science*, Vol. 27, (2001), No. 3, p. 97-113

[10] Lisowski J.: Game control of moving objects, *Proc. of the 15th IFAC World Congress*, Barcelona, 2002, pp. 1-6

[11] Lisowski J.: Metody teorii gier dynamicznych w syntezie sterownia obiektami ruchomymi, *XIV Krajowa Konferencja Automatyki*, Zielona Góra, 2002, s.1069-1074

[12] Lisowski J.: Metody rozgrywającego sterowania statkiem w sytuacjach kolizyjnych, *Pomiary-Automatyka-Kontrola*, nr 1, (2003), s. 5-9

[13] Lisowski J.: Multi-step matrix game with the risk of ship collision, *Risk Analysis IV*, WIT Press, Computational Mechanics Inc., Southampton, Boston, 2004, p.669-680

[14] Lisowski J.: Safety of navigation based on game theory – mathematical models of game ship control, *Journal of Shanghai Maritime University*, Vol.25, (2004), No.104, p.65-74

[15] Lisowski J.: Safety of navigation based on game theory – computer support algorithms of navigator decisions avoiding accidents at sea, *Journal of Shanghai Maritime University*, Vol.25, (2004), No.104, p.75-85

[16] Lisowski J.: Mathematical modeling of a safe ship optimal control process, *Polish Journal of Environmental Studies*, Vol. 14, Supplement I, (2005), p. 68-75

[17] Lisowski J.: Dynamic games methods in navigator decision support system for safety navigation, Advances in Safety and Reliability, *Proceedings of the European Safety and Reliability Conference ESREL 2005*, Vol. 2, (2005), A.A. Balkema Publishers, London-Singapore, pp. 1285-1292

[18] Lisowski J.: Game and computational intelligence decision making algorithms for avoiding collision at sea, *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Technologies for Homeland Security and Safety TEHOSS 2005*, Gdansk, 2005, p. 71-78

[19] Lisowski J.: Using computer game control algorithms in maritime officer training, *Proc. of the 9th UICEE Annual Conference on Engineering Education*, Muscat, 2006, p.31-34
[20] Łebkowski A.: Opracowanie i badania symulacyjne algorytmu pozycyjnego sterowania rozgrywającego z uwzględnieniem zmian prędkości statku w języku Matlak, *Praca magisterska*, Wyższa Szkoła Morska, Gdynia, 2001.
[21] Miloch T., Sharma S.D.: Maritime collision avoidance as a differential game, *Schifftechnik*, Vol. 24, (1977), No. 1, p. 69-88
[22] Olsder G.J., Walter J.L.: A differential game of approach to collision avoidance of ships, *Proc. of the IFIP 8th Symposium on Optimization Techniques*, pp. 264-271.

GAME THEORY METHODS IN SHIP CONTROL

Abstract: The paper introduces the application of selected methods of game theory for automation of the processes of moving object steering and the game control processes in marine navigation and mathematical models of safe ship control. The control goal is defined first followed by a description of the base model and a presentation of approximated models of a safe ship steering in a collision situation. For each approximated model of the dynamic game, an appropriate method of safe steering to support the navigator's decision in a collision situation has been assigned. The Positional Game (GRAPOZ) and the Risk Game (GRAMAC) control algorithms have been designed in the MATLAB language. The considerations have been illustrated an example of a computer simulation of the GRAPOZ and GRAMAC algorithms to determine the safe ship's trajectory in situations of passing many of the objects encountered, recorded on the ship's radar screen in real navigational situation at sea. Finally, the sensitivity of ship game control to inaccurate data from the ARPA anti-collision radar system is presented.

Key Words: Differential games, matrix games, positional games, dual linear programming, safety analysis, risk analysis, ship control, computer simulation.